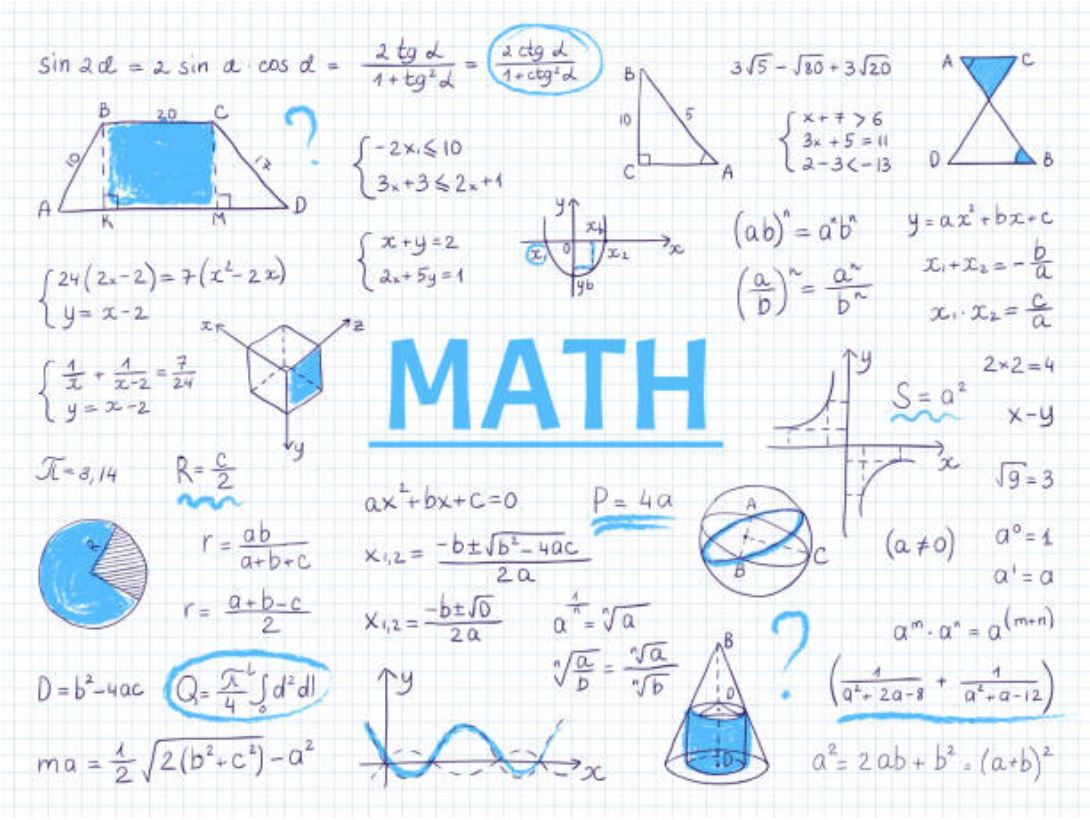
Hitung-hitungan tentu sangat penting untuk kita ketahui, entah yang bersifat spontanitas maupun ilmiah. Semenjak TK telah diajarkan bagaimana agar kita selalu memiliki sikap ingin tahu dan pentingnya hitung-hitungan untuk dipelajari.

Pada materi Matematika kelas 10 bab 1 ini, kami sajikan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variabel. Informasi di bawah didapat dari buku Kemendikbud RI keluaran resmi dari pemerintah.

Bab 1: Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel



Doodle math. Algebra and geometry school equation and graphs, hand drawn physics science formulas. Vector image formulas education sketch for student homework

1.1 Konsep Nilai Mutlak

Misalkan x bilangan real, $|x|$ dibaca nilai mutlak x, dan didefinisikan:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{jika} \quad x < 0 \end{cases}$$

Definisi di atas dapat diungkapkan dengan kalimat sehari-hari seperti berikut ini. Nilai mutlak suatu bilangan positif atau nol adalah bilangan itu sendiri, sedangkan nilai mutlak dari suatu bilangan negatif adalah lawan dari bilangan negatif itu. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa:

a) $\left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$, karena $\frac{1}{2} > 0$ ($\frac{1}{2}$ adalah bilangan positif).

b) $|5| = 5$, karena $5 > 0$ (5 adalah bilangan positif).

c) $|-3| = -(-3) = 3$, karena $-3 < 0$ (-3 adalah bilangan negatif).

1.2 Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Sifat :

Untuk setiap a, b, c, dan x bilangan real dengan a ≠ 0.

1. Jika |ax + b| = c dengan c ≥ 0, maka salah satu sifat berikut ini berlaku.

i. |ax + b| = c, untuk x ≥ – b/a

ii. –(ax + b) = c, untuk x < – b/a

2. Jika |ax + b| = c dengan c < 0, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi persamaan |ax + b| = c.

Contoh 1.1

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan |x – 3| + |2x – 8| = 5.

Download dari situs https://wirahadie.com

Alternatif Penyelesaian

Berdasarkan Definisi diperoleh :

$$|x-3| = \begin{cases} x-3 & \text{jika} \quad x \geq 3 \\ -x+3 & \text{jika} \quad x < 3 \end{cases}$$

$$|2x-8| = \begin{cases} 2x-8 & \text{jika} \quad x \geq 4 \\ -2x+8 & \text{jika} \quad x < 4 \end{cases}$$

Untuk x < 3, maka bentuk |x – 3| + |2x – 8| = 5 menjadi –x + 3 – 2x + 8 = 5 atau x = 2

Karena x < 3, maka nilai x = 2 memenuhi persamaan.

 Untuk 3 ≤ x < 4, maka |x – 3| + |2x – 8| = 5 menjadi x – 3 – 2x + 8 = 5 atau x = 0

Karena 3 ≤ x < 4, maka tidak ada nilai x yang memenuhi persamaan.

 Untuk x ≥ 4, maka |x – 3| + |2x – 8| = 5 menjadi x – 3 + 2x – 8 = 5 atau x = 16/3 .

Karena x ≥ 4, maka x = 16/3 memenuhi persamaan.

Jadi, penyelesaian |x – 3| + |2x – 8| = 5 adalah x = 2 atau x= 16/3 .

1.3 Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak kita jumpai kasus yang melibatkan pembatasan suatu hal. Seperti lowongan kerja mensyaratkan pelamar dengan batas usia tertentu, batas nilai cukup seorang pelajar agar dinyatakan lulus dari ujian, dan batas berat bersih suatu kendaraan yang diperbolehkan oleh dinas peUntuk setiap a, x bilangan real.

Sifat :

1. Jika a ≥ 0 dan |x| ≤ a, maka –a ≤ x ≤ a.

2. Jika a < 0 dan |x| ≤ a, maka tidak ada bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan.

3. Jika |x| ≥ a, dan a > 0 maka x ≥ a atau x ≤ –a.rhubungan.

Download dari situs https://wirahadie.com

Contoh 1.5

Selesaikanlah pertidaksamaan |2x +1| ≥ |x – 3|.

Alternatif Penyelesaian

Gunakan $|x| = \sqrt{x^2}$

Bentuk ini bukan linear, tetapi disajikan sebagai alternatif penyelesaian.

Langkah 1

Ingat bahwa $|x| = \sqrt{x^2}$, sehingga

$$
\begin{aligned}
|2x+1| \geq |x-3| &\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} \geq \sqrt{(x-3)^2} \\
&\Leftrightarrow (2x+1)^2 \geq (x-3)^2 \\
&\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 \geq x^2 - 6x + 9 \\
&\Leftrightarrow 3x^2 + 10x - 8 \geq 0 \qquad \text{(bentuk kuadrat)} \\
&\Leftrightarrow (3x-2)(x+4) \geq 0
\end{aligned}
$$

Langkah 2

Menentukan pembuat nol

$x = 2/3$ atau $x = -4$

Langkah 3

Letakkan pembuat nol dan tanda pada garis bilangan

Langkah 4

Menentukan interval penyelesaian

Dalam hal ini, interval penyelesaian merupakan selang nilai x yang membuat pertidaksamaan bernilai non-negatif, sesuai dengan tanda pertidaksamaan pada soal di atas.

Download dari situs https://wirahadie.com

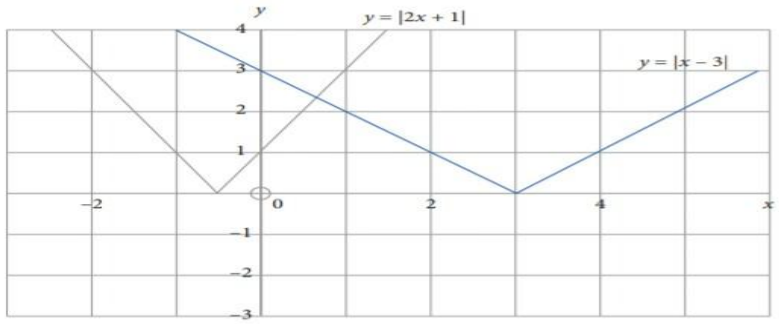
Dengan demikian, arsiran pada interval di bawah ini adalah penyelesaian pertidaksamaan tersebut.

Langkah 5:

Menuliskan kembali interval penyelesaian

Himpunan penyelesaian (Hp) = $\left\{ x \mid x \le -4 \text{ atau } x \ge \frac{2}{3} \right\}$

Perhatikan grafik berikut. Kita akan menggambarkan grafik $y = |2x + 1|$ dan grafik $y = |x - 3|$, untuk setiap $x \in R$.



Gambar 1.13 Grafik $y = |2x + 1|$ dan $y = |x - 3|$

Pertidaksamaan $|2x + 1| \ge |x - 3|$ dapat dibaca menjadi nilai $y = |2x + 1|$ lebih besar $y = |x - 3|$ dan berdasarkan grafik dapat dilihat pada interval $\left\{ x \mid x \le -4 \text{ atau } x \ge \frac{2}{3}, x \in R \right\}$.

Daftar Pustaka :

Bornok Sinaga, Pardomuan N.J.M Sinambela, Andri Kristianto Sitanggang, Tri Andri Hutapea, Sudianto Manulang, Lasker Pengarapan Sinaga, dan Mangara Simanjorang. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MK Kelas X*. Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Download dari situs https://wirahadie.com