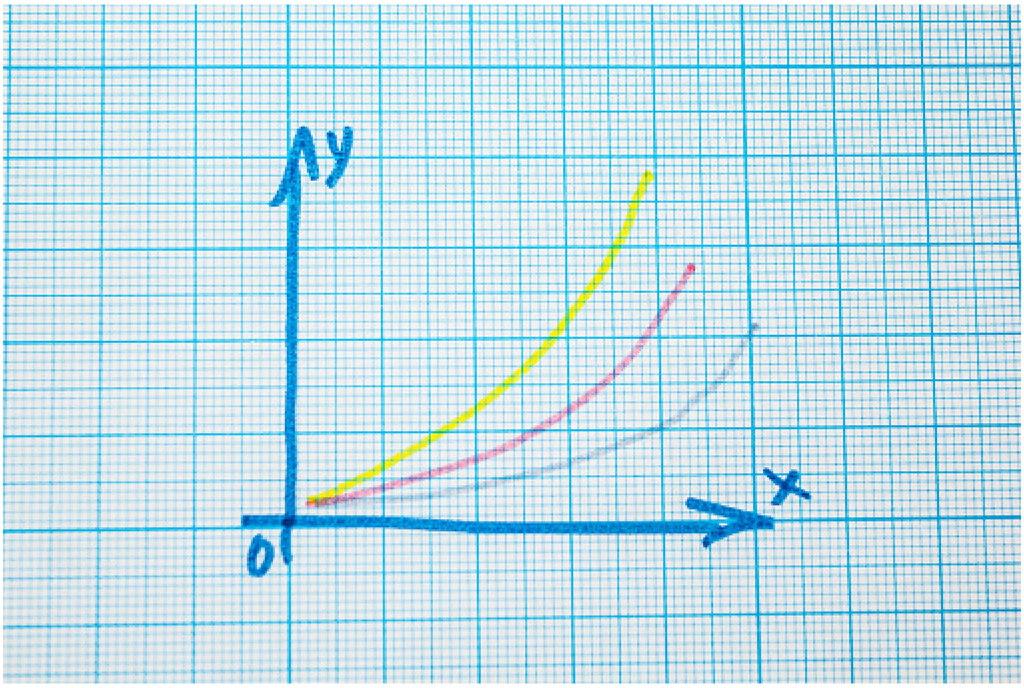
Halo, apa kabar teman-teman? Penulis berharap kamu selalu bahagia dan semangat dalam menjalani belajar online tahun in ya! Kali ini penulis akan melanjutkan materi Matematika kelas 10 bab 3 mengenai Fungsi.

Apakah kamu sudah siap? Jangan lupa untuk mencatat dan membuka buku ajar dari Kemdikbud ya! *So*, yuk langsung simak rangkuman di bawah ini!

Bab 3:
Fungsi



The mathematical graph in the notebook is squared.

3.1 Memahami Notasi, Domain, Range, dan Grafik Suatu Fungsi

Ingat kembali pelajaran relasi dan fungsi waktu saat kamu belajar di SMP. Ilustrasi tentang bagaimana sebuah mesin bekerja, mulai dari masukan (*input*) kemudian diproses dan menghasilkan luaran (*output*) adalah salah satu contoh bagaimana fungsi dalam matematika bekerja.

***Contoh*:**

Gambar 3.1 Cara kerja mesin

Berdasarkan Gambar 3.1 di atas, misalkan masukannya adalah x = 5, maka mesin akan bekerja dan luarannya adalah 2(5) + 5 = 15. Mesin tersebut telah diprogram untuk menunjukkan sebuah fungsi. Jika f adalah sebuah fungsi, maka dikatakan bahwa f adalah fungsi yang akan mengubah x menjadi 2x + 5. Contoh, fungsi f akan mengubah 2 menjadi 2(2) + 5 = 9; fungsi f akan mengubah 3 menjadi 2(3) + 5 = 11, dan lain sebagainya.

Fungsi tersebut dapat ditulis menjadi

$f : x \to 2x + 5$, dibaca: fungsi f memetakan x ke 2x + 5

Bentuk penyebutan lain yang ekuivalen dengan ini adalah

$f(x) = 2x + 5$ atau $y = 2x + 5$

3.2 Operasi Aljabar pada Fungsi

Contoh

Diketahui fungsi $f(x) = x + 3$ dan $g(x) = x^2 - 9$. Tentukanlah fungsi-fungsi berikut dan tentukan pula daerah asalnya.

a) $(f + g)$ … ?

Alternatif Penyelesaian

Daerah asal fungsi $f(x) = x + 3$ adalah $Df = \{x \mid x\in \}$ dan daerah asal fungsi

$g(x) = x^2 - 9$ adalah $Dg = \{x \mid x\in \}$.

a) $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$= (x + 3) + (x^2 - 9)$

$= x^2 + x - 6$

Daerah asal fungsi $(f + g)(x)$ adalah

$D_{f+g} = D_f \cap D_g$

$= \{x \mid x\in \} \cap \{x \mid x\in \}$

$= \{x \mid x\in \}$

3.3 Menemukan Konsep Fungsi Komposisi

Definisi

Jika f dan g fungsi serta $R_f \cap D_g \neq O$, maka terdapat suatu fungsi h dari himpunan bagian D_f ke himpunan bagian R_g yang disebut fungsi komposisi

f dan g (ditulis g o f) yang ditentukan dengan

$\boldsymbol{h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))}$

daerah asal fungsi komposisi f dan g adalah $D_{gf} = \{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$, dengan

D_f = daerah asal (*domain*) fungsi f; D_g = daerah asal (*domain*) fungsi g;

R_f = daerah hasil (*range*) fungsi f; R_g = daerah hasil (*range*) fungsi g.

Contoh

Diketahui fungsi f: → dengan f(x) = 2x + 1 dan fungsi g: → dengan g(x) = $x^2 - 1$.

(1) Apakah fungsi komposisi (g o f)(x) dan (f o g)(x) terdefinisi?

(2) Tentukanlah rumus fungsi komposisi (g o f)(x) dan (f o g)(x).

Alternatif Penyelesaian

$f(x) = 2x + 1$; $g(x) = x^2 - 1$

$D_f = \{x \mid x\in \} = R$; $R_f = \{y \mid y\in R \} = R$

$D_g = \{x \mid x\in \} = R$; $R_g = \{y \mid y\in R \} = R$

(1) Untuk menentukan fungsi komposisi (g o f)(x) dan (f o g)(x) terdefinisi, maka dapat diketahui berdasarkan

1. Jika Rf ∩Dg ≠ Ø, maka (g o f)(x) terdefinisi.

{y| y∈ } ∩ {x| x∈ } = ∩ = ≠ Ø karena Rf ∩Dg ≠ Ø, maka (g o f)(x) terdefinisi.

2. Jika Rg∩Df ≠ 0, maka (f o g)(x) terdefinisi.

{y| y∈ } ∩ {x | x∈ } = ∩ = ≠ Ø karena Rg∩Df ≠ Ø, maka (f o g)(x) terdefinisi.

(2) Rumus fungsi komposisi (g o f)(x)dan (f o g)(x) ditentukan dengan

i. (g o f)(x) = g(f(x))

= g(2x + 1)

= (2x + 1)2 –1

$= (4x^2 + 4x + 1) - 1$

= 4×2 + 4x

ii. (f o g)(x) = f(g(x))

$= f(x^2 - 1)$

$= 2(x^2 - 1) + 1$

= $2x^2$ – 2 + 1

= $2x^2$ –1

Dengan demikian diperoleh(g o f)(x) = 4×2 + 4x dan (f o g)(x) = 2×2 – 1.

3.4 Sifat-Sifat Operasi Fungsi Komposisi

Sifat

Diketahui f, g, dan h suatu fungsi. Jika $R_h \cap D_g \neq$ O; $R_{gh} \cap D_f \neq$ O; $R_g \cap D_f \neq$ O; $R_h \cap D_{fg} \neq$ O, maka pada operasi komposisi fungsi berlaku sifat asosiatif, yaitu

f* o (*g* o *h*) = (*f* o *g*) o *h

Contoh

Diketahui fungsi f: : R→ dengan $f(x)$ = 5x – 7 dan fungsi identitas I:R →R

dengan $I(x) = x$. Tentukanlah

a) rumus fungsi komposisi f o I dan I o f.

b) apakah f o I = I o f = f. Selidikilah.

Alternatif Penyelesaian

a) Rumus fungsi komposisi f o I dan I o f

- (f o I)(x) = $f(I(x))$

= $f(x)$

= 5x – 7

- ($I$$f$)($x$) = $I(f(x))$

= $I(f(x))$

= 5x – 7

b) Berdasarkan hasil pada butir (a) maka dapat disimpulkan bahwa

$f \circ I = I \circ f = f$

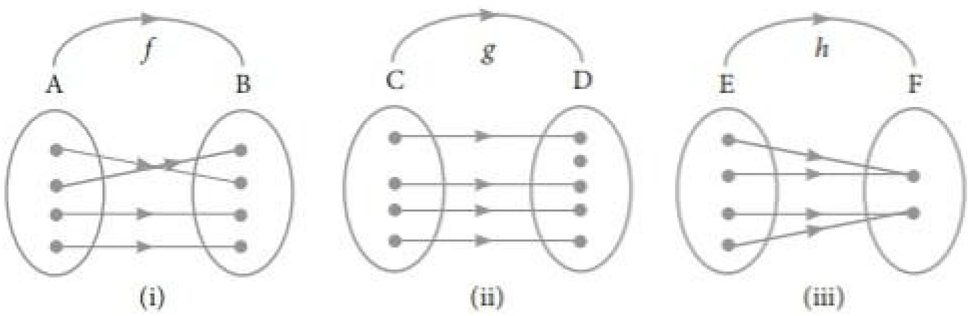
3.5 Fungsi Invers

Definisi

Jika fungsi f memetakan A ke B dan dinyatakan dalam pasangan terurut f = {(x, y) | x∈A dan y∈B}, maka invers fungsi f (dilambangkan f -1) adalah relasi yang memetakan B ke A, dimana dalam pasangan terurut dinyatakan dengan f -1 = {(y, x) | y∈B dan x∈A}.

Masalah

Diketahui fungsi f: A → B merupakan fungsi bijektif, fungsi g: C → D merupakan fungsi injektif, dan fungsi h: E → F merupakan fungsi surjektif yang digambarkan seperti Gambar 3.7 di bawah ini.

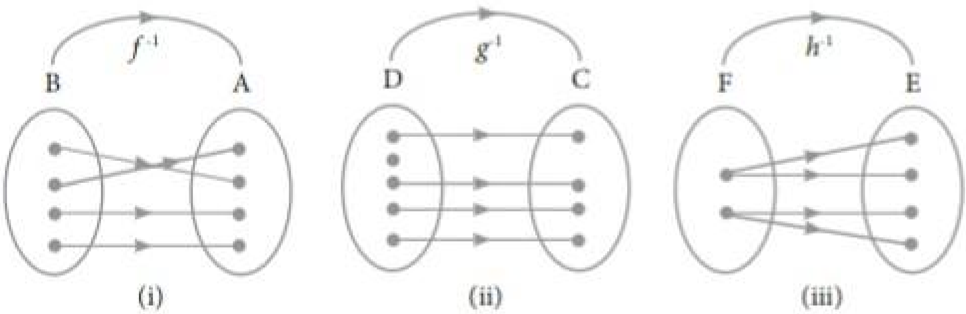


Gambar 3.7 Fungsi invers *f*, *g*, dan *h*

Jika fungsi invers f memetakan B ke A, fungsi invers g memetakan D ke C, dan fungsi invers h memetakan F ke E, maka gambarlah ketiga invers fungsi tersebut.

Alternatif Penyelesaian

Gambar ketiga fungsi invers tersebut ditunjukkan sebagai berikut.



Gambar 3.8 Invers fungsi *f*, *g*, dan *h*

3.6 Menentukan Rumus Fungsi Invers

Sifat

Misalkan f -1 adalah fungsi invers fungsi f. Untuk setiap x∈Df dan y∈Rf, maka berlaku y = f(x) jika dan hanya jika f -1 (y) = x.

Contoh

Diketahui fungsi f: → dengan f(x) = 5x + 7. Tentukanlah fungsi inversnya.

Alternatif Penyelesaian

Karena y = f(x), maka y = 5x + 7

5x = y – 7

x = y− 7/5

Karena x = f^{-1}(y), maka f^{-1}(y) = y− 7/5

Karena f^{-1}(y) = y− 7/5 , maka f^{-1}(x) = x− 7/5

= 1/5 (x – 7)

Jadi, fungsi invers f(x) = 5x + 7 adalah f^{-1}(x) = 1/5 (x – 7).

Daftar Pustaka :

Bornok Sinaga, Pardomuan N.J.M Sinambela, Andri Kristianto Sitanggang, Tri Andri

Hutapea, Sudianto Manulang, Lasker Pengarapan Sinaga, dan Mangara Simanjorang. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MK Kelas X*. Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.