Halo teman-teman! Apa kabarnya? Semoga kamu dalam keadaan sehat dan tetap semangat mengikuti pembelajaran online ya. Kali ini kita akan membahas materi Matematika kelas 11 bab 2 mengenai program linear.

Apakah kamu sudah siap? Oh iya, jangan lupa untuk menyiapkan buku ajar keluaran Kemdikbud dan juga catat materi yang menurutmu penting ya! *So*, langsung simak rangkuman di bawah *guys!*

Bab 2: Program Linear

2.1 Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Konsep persamaan dan sistem persamaan linear dua variabel sudah kamu pelajari. Prinsip yang ada pada sistem persamaan juga kita gunakan untuk menyelesaikan pertidaksamaan atau sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

Prinsip yang dimaksud adalah menentukan nilai variabel yang memenuhi sistem pertidaksamaan linear tersebut.

Definisi

Pertidaksamaan linear dua variabel adalah pertidaksamaan yang berbentuk

$ax + by + c < 0$

$ax + by + c \leq 0$

$ax + by + c > 0$

$ax + by + c \geq 0$

dengan:

a, b : koefisien ($a \neq 0, b \neq 0, a,b \in R$)

c : konstanta ($c \in R$)

x, y : variabel (x, $y \in R$)

Contoh

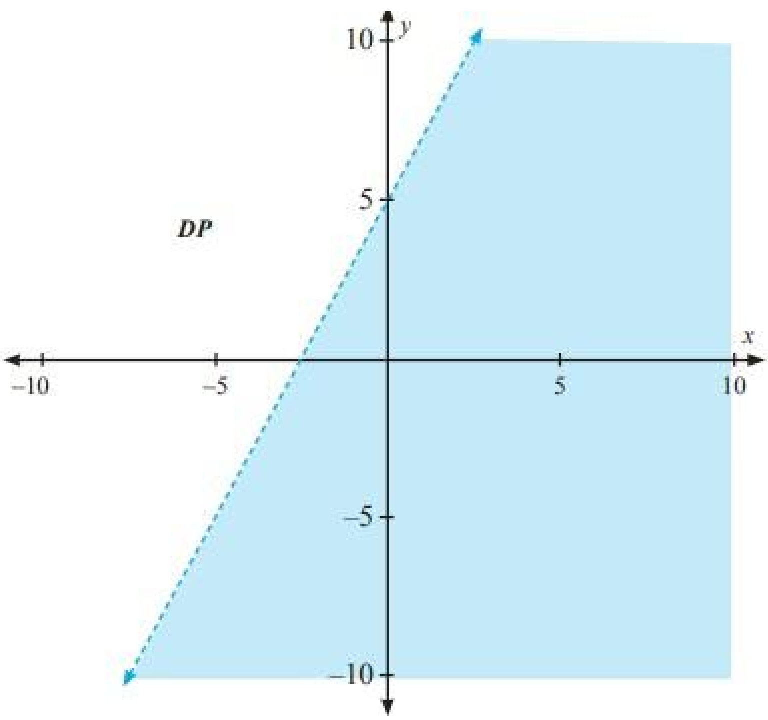
Tentukan himpunan penyelesaian dan gambarkan grafik untuk setiap pertidaksamaan di bawah ini.

$-2x + y > 5$, untuk x dan y semua bilangan real

Alternatif Penyelesaian

Dengan menguji nilai-nilai x dan y yang memenuhi $-2x + y > 5$, maka dapat ditemukan banyak pasangan x dan y yang memenuhi pertidaksamaan.

Ilustrasi himpunan penyelesaian, jika dikaji secara geometris disajikan pada gambar berikut.



Dari gambar diperoleh bahwa terdapat titik yang tak hingga banyaknya (daerah yang tidak diarsir) yang memenuhi $-2x + y > 5$.

Kali ini, melalui grafik, kita dapat memilih sembarang titik, misalnya titik (–5, 0), sedemikian sehingga $-2(-5) + 0 = 10 > 5$ adalah pernyataan benar.

Video Pembahasan Program Linear

2.2 Program Linear

Definisi

Masalah program linear dua variabel adalah menentukan nilai x_1, x_2 yang memaksimumkan (atau meminimumkan) fungsi tujuan,

$$Z(x_1, x2) = C_1x_1 + C_2x_2$$

dengan kendala:

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 (\leq, =, \geq) b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 (\leq, =, \geq) b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{gathered}$$

Contoh

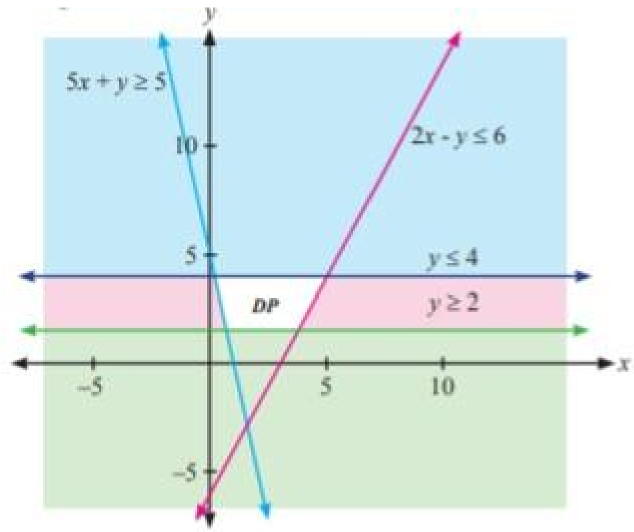
Gambarkan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan berikut ini.

a) $\begin{cases} 2x - y \leq 6 \\ 5x + y \geq 5 \\ x \geq 0 \\ 2 \leq y \leq 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ -3x + 2y \geq 6 \\ 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$

Alternatif Penyelesaian:

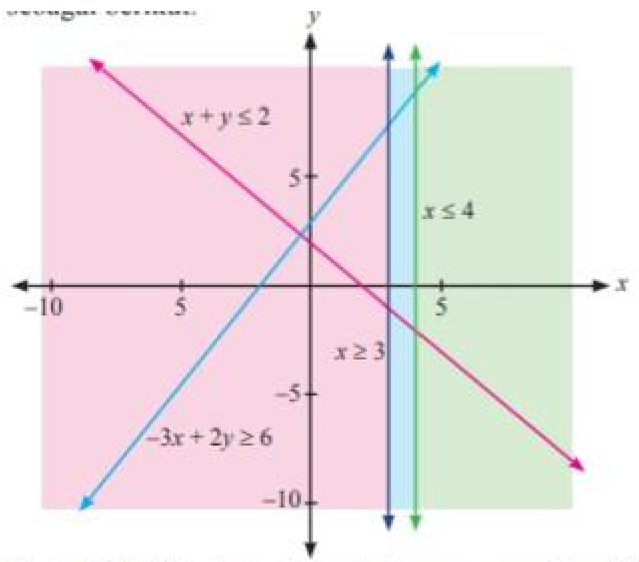
Untuk menggambarkan daerah penyelesaian setiap pertidaksamaan pada sistem di atas, dapat dimulai dengan menggambar satu per satu pertidaksamaan yang diketahui. Tentu, semua daerah penyelesaian tersebut nanti harus disajikan dalam satu bidang koordinat kartesius.

a. Daerah penyelesaian untuk sistem pertidaksamaan (a) di atas, adalah sebagai berikut



Gambar 2.9: Daerah penyelesaian yang memenuhi pertidaksamaan (a).

b. Daerah penyelesaian untuk sistem pertidaksamaan (b) di atas, adalah sebagai berikut:



Gambar 2.10: Tidak ada daerah penyelesaian yang memenuhi pertidaksamaan b)

Jadi, tidak ada nilai *x* dan *y* yang memenuhi sistem pertidaksamaan b). Hal ini, perlu dicatat, bahwa tidak semua masalah memiliki penyelesaian.

2.3 Menentukan Nilai Optimum dengan Garis Selidik (Nilai Maksimum atau Nilai Minimum)

Contoh

Telah dibentuk model matematika masalah tersebut, yaitu

$$\begin{cases} 0{,}02x + 0{,}05y \le 10 \\ 10x + 8y \le 1.550 \\ 5x + 3y \le 460 \end{cases} \quad \text{atau} \quad \begin{cases} 2x + 5y \le 1.000 & \to \text{kendala lahan} \\ 10x + 8y \le 1.550 & \to \text{kendala waktu} \\ 5x + 3y \le 460 & \to \text{kendala pupuk} \end{cases} \quad (3^*)$$

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

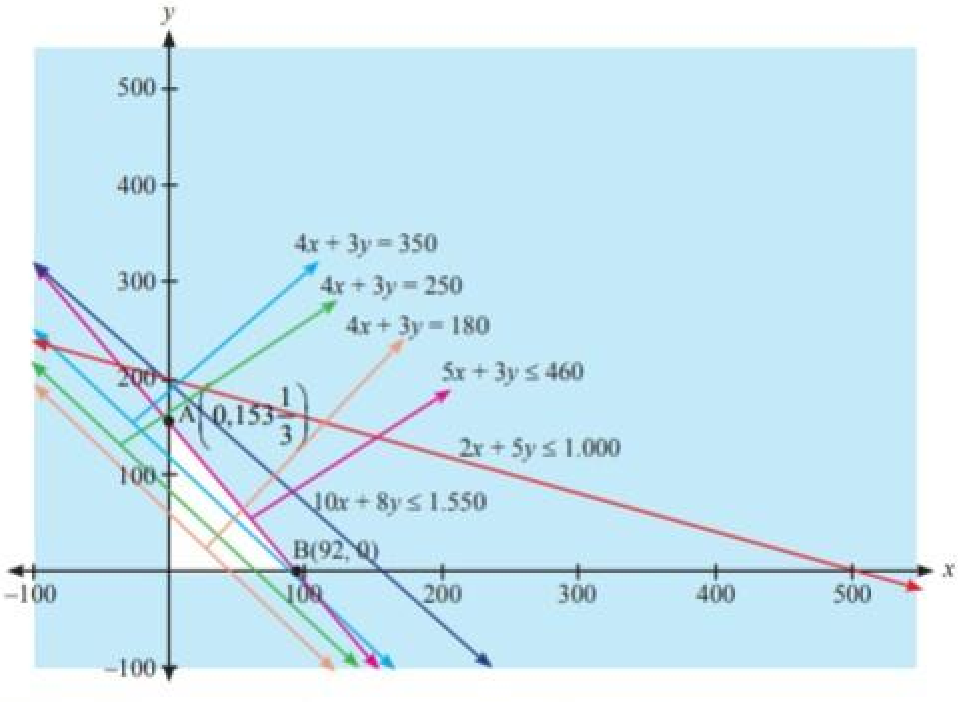
Fungsi Tujuan :

Maksimumkan: $Z(x, y) = 4x + 3y$ (dalam puluh ribu rupiah). (4*)

Kita akan menentukan banyak hektar tanah yang seharusnya ditanami padi dan jagung agar pendapatan kelompok tani tersebut maksimum.

Alternatif Penyelesaian

Pada pembahasan Masalah 2.4, kita sudah menggambarkan daerah penyelesaian sistem (3*). Mari kita cermati lagi gambar tersebut. Kita sudah menempatkan garis selidik $4x + 3y = k$ pada daerah penyelesaiannya.



Gambar 2.13: Daerah penyelesaian yang memenuhi pertidaksamaan (3*).

Misalnya kita pilih 3 titik yang terdapat pada daerah penyelesaian, misalnya A(30, 20), B(80, 10), dan C(40, 30), sedemikian sehingga terbentuk garis $4x + 3y = 180$, $4x + 3y = 250$, dan $4x + 3y = 350$, seperti yang disajikan pada Gambar 2.13.

Karena kita ingin menentukan nilai maksimum fungsi tujuan, maka garis $4x + 3y = 350$ digeser ke atas hingga ditemukan nilai maksimum fungsi, yaitu 460 di titik (0 153 . 1/3)

Jadi, untuk memaksimumkan pendapatan, petani harus memproduksi 153 . 1/3 kuintal jagung tidak perlu memproduksi padi. Dengan demikian petani memperoleh pendapatan maksimalnya sebesar Rp460.000,00.

2.4 Beberapa Kasus Daerah Penyelesaian

Dari beberapa masalah yang telah dibahas di atas, masalah program linear memiliki nilai optimum (maksimum atau minimum) terkait dengan eksistensi daerah penyelesaian. Oleh karena itu terdapat tiga kondisi yang akan kita selidiki, yaitu:

1. tidak memiliki daerah penyelesaian
2. memiliki daerah penyelesaian (fungsi tujuan hanya memiliki nilai maksimum atau hanya memiliki nilai minimum)

3. memiliki daerah penyelesaian (fungsi tujuan memiliki nilai maksimum dan minimum).

Video Pembahasan Lebih Lengkap Klik Di sini

Daftar Pustaka:

Sudianto Manullang, Andri Kristianto S., Tri Andri Hutapea, Lasker Pangarapan Sinaga, Bornok Sinaga, Mangaratua Marianus S., Pardomuan N. J. M. Sinambela. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MK Kelas XI.* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.